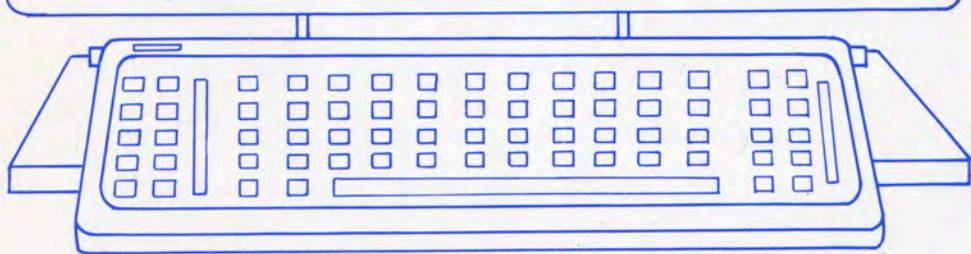


ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ

ΕΠΙΣΤΗΜΗ

ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΒΟΥΛΓΑΡΙΑΣ 

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ
LJUBOMIR ILIEV



= ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΑ =

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ — 1988



Ι Λ Ι Ε Φ

ΛΙΟΥΜΠΟΜΙΡ ΓΚΕΩΡΓΚΙΕΦ
ακαδημαϊκός

Γεννήθηκε στις 20 του Απρίλη το 1913 στην πόλη Μεγάλος Τύρναβος. Το 1936 αποφοίτησε από το Πανεπιστήμιο της Σόφιας με ειδικότητα μαθηματικού και το 1938 αποκτά τον τίτλο του «διδάκτορα μαθηματικών επιστημών». Από το 1952 γίνεται καθηγητής και αναλαμβάνει την έδρα Ανώτερης Ανάλυσης του Πανεπιστημίου της Σόφιας. Το 1956 του απονέμεται το βραβείο «Δημητρόφ». Από το 1958 γίνεται αντεπιστέλον μέλος και το 1967 τακτικό μέλος της Ακαδημίας Επιστημών της Βουλγαρίας. Εκλέχτηκε ξένο μέλος της ΑΕ της ΕΣΣΔ (1976), επίτιμο μέλος της ΑΕ Ουγγαρίας και επίτιμος διδάκτορας του Πολυτεχνικού Πανεπιστημίου της Δρέσδης.

Οι επιστημονικές έρευνές του αφορούν τη θεωρία των αναλυτικών και ειδικών συναρτήσεων, τη θεωρία των σύμμορφων απεικονίσεων, τη θεωρία των δυναμοσειρών. Ανέπτυξε μελέτες πάνω σε ζητήματα επιστημολογίας, μοντελογράφησης και ανάλυσης συστημάτων.

Είναι ο πρωτεργάτης της δημιουργίας της Πληροφορικής και της Κυβερνητικής στη Βουλγαρία.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
Κεφάλαιο 1 ΟΙ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΚΑΙ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	15
Κεφάλαιο 2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΟΓΡΑΦΗΣΗ	38
* Συμπλήρωμα στο	
κεφάλαιο 2 ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΔΟΜΕΣ ΩΣ ΜΟΝΤΕΛΑ	61
Κεφάλαιο 3 ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΟΙ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ	68
Κεφάλαιο 4 ΤΑ ΣΥΓΧΡΟΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	97
Κεφάλαιο 5 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ	121
Κεφάλαιο 6 Η ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ	135
Συμπλήρωμα στο	
κεφάλαιο 6 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΜΑΘΗ- ΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΟΥ ΑΠΟΣΑΦΗΝΙΖΟΥΝ ΤΗ ΦΥ- ΣΗ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ	155
Κεφάλαιο 7 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΘΕΩΡΙΕΣ	181
* Κεφάλαιο 8 ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ	193
* Ανάλυση	
συμπερασμάτων ΤΑΛΕΝΤΟ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗ ΚΑΤΑΡΤΗΣΗ ...	225

3 Τα Μαθηματικά και οι επιστήμες

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται ζητήματα σχετικά με την εφαρμογή των Μαθηματικών και τη θέση τους στην ανθρώπινη γνωστική διαδικασία.

1. Ολικές μέθοδοι των Μαθηματικών

Η περιγραφή αντικειμένων και φαινομένων με μαθηματικά μέσα ονομάζεται *μαθηματικό μοντέλο*. Η δημιουργία μαθηματικών μοντέλων προϋποθέτει την ύπαρξη συγκροτημένων μαθηματικών θεωριών. Οι αξιωματικά συγκροτημένες μαθηματικές θεωρίες ονομάζονται μαθηματικές δομές.

Τα αντικείμενα και τα φαινόμενα που περιγράφονται σ' ένα μαθηματικό μοντέλο είναι δυνατό να εξαγονται άμεσα από τις έννοιες της μαθηματικής δομής με την οποία έχει δημιουργηθεί το μοντέλο. Μπορούν όμως αυτά να αποτελούν μαθηματικές εικόνες της δομής των αντικειμένων και φαινομένων άλλων περιοχών της αντικειμενικής πραγματικότητας. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το μαθηματικό μοντέλο και το περιγραφόμενο τμήμα της αντικειμενικής πραγματικότητας είναι ισόμορφα μοντέλα.

Επομένως, στα μαθηματικά μοντέλα φτάνει κανείς τόσο με την περιγραφή των προβλημάτων της ίδιας της μαθηματικής δομής, όσο και με την περιγραφή των προβλημάτων άλλης περιοχής της ανθρώπινης γνώσης.

Η μελέτη των μαθηματικών μοντέλων μαθηματικών αντικειμένων και φαινομένων αποτελεί το *πρόβλημα τις ανάπτυξης των Μαθηματικών*.

Η ανακάλυψη ισομορφισμών μεταξύ των Μαθηματικών και των άλλων επιστημών ή ανθρώπινων δραστηριοτήτων, δηλ. η ανακάλυψη των μαθηματικών μοντέλων σ' αυτές, ονομάζεται *μαθηματική μοντελογράφηση*. Αυτή καθορίζει τις δυνατότητες εφαρμογής των Μαθηματικών.

Θα γενικεύσουμε την έννοια αυτή, αν με τον όρο μαθηματική

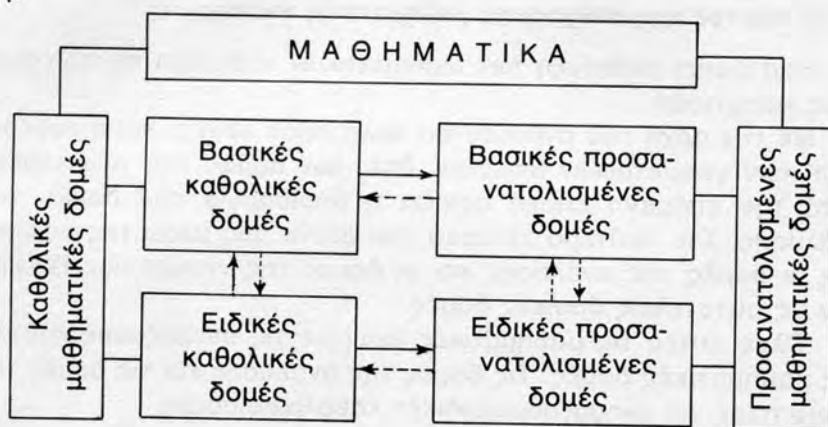
Βασικές
προσανατολισμένες
δομές

Μαθηματική θεμελίωση των υπολογιστικών μηχανών και συστημάτων τους
Μαθηματική κυβερνητική

Ειδικές
προσανατολισμένες
δομές

Αναλυτικές (προσεγγιστικές) μέθοδοι
Θεωρία πιθανοτήτων
Μαθηματική στατιστική
Θεωρία βέλτιστου

Επομένως, τα σύγχρονα Μαθηματικά έχουν την παρακάτω δομή:



Σχήμα 1

Τα συνεχή βέλη δείχνουν την προέλευση της δομής και τα διακοπτόμενα τις αντίθετες σχέσεις. Το σύμβολο $\dashv\dashv$ δείχνει αμοιβαία επίδραση.

Μια μαθηματική θεωρία ονομάζεται δομή, αν έχει συγκροτηθεί αξιωματικά. Ακριβέστερα, το σύνολο όλων των αποτελεσμάτων δηλ. νέων εννοιών, ορισμών και αληθών προτάσεων, που προκύπτουν από τα αξιώματα ενός μαθηματικού συστήματος (μη αντιφατικού, ελάχιστου και κλειστού), το ονομάζουμε μαθηματική δομή, δηλ. αξιωματικά συγκροτημένη μαθηματική θεωρία.

Ένα σύστημα αξιωμάτων θα το παραστήσουμε με σύμβολα του είδους $T(A, R, S)$, όπου A είναι το σύνολο των βασικών εννοιών-αντικειμένων, R είναι το σύνολο των βασικών εννοιών-σχέσεων και S το σύνολο των αξιωμάτων σ' αυτό. Τη δομή που καθορίζεται απ' αυτό το σύστημα αξιωμάτων θα την παραστήσουμε με $\tilde{T}(A, R, S)$ ή $\tilde{T}(A', R', S')$, όπου A', R', S' είναι αντίστοιχα βασικές και νέες

*Ουσιαστικό χαρακτηριστικό ωστόσο της εκπαίδευσης αυτής είναι το γεγονός ότι συγκροτείται σύμφωνα με την **Αρχή Α**.*

Ακριβώς μ' αυτήν την εκπαίδευση όλοι οι ειδικοί στα Μαθηματικά με την απόκτηση της «Θεμελιακής σύνθεσης των σύγχρονων Μαθηματικών» (σχήμα 2) είναι ταυτόχρονα και ειδικοί στην πληροφορική.

3.2. Η εκπαίδευση στα Μαθηματικά για ειδικούς των άλλων επιστημών. Η διδασκαλία ενός μαθηματικού κλάδου στα ανώτατα εκπαιδευτικά ιδρύματα, για μαθηματικούς και για ειδικούς των άλλων επιστημών, έχει διάφορους σκοπούς. Για τον επαγγελματία στα Μαθηματικά απαιτείται οπωσδήποτε να είναι σε θέση να τα εφαρμόζει, να τα διδάσκει ή να τα αναπτύσσει σε κάποια βάση. Για τον ειδικό μιας άλλης επιστήμης απαιτείται να έχει τη δυνατότητα να τα χρησιμοποιεί, να τα εφαρμόζει. Οι δυο αυτοί διαφορετικοί σκοποί πρέπει να αντανakλώνται κατά τη διδασκαλία του συγκεκριμένου κλάδου (διαλέξεις, ασκήσεις, πρακτική εξάσκηση). Η αντανάκλαση αυτή πρέπει να φαίνεται, από τη μια πλευρά, στο λογικό επίπεδο και, από την άλλη πλευρά, στην έκταση και στο περιεχόμενο της σειράς των μαθημάτων αυτού του κλάδου. Επομένως, στη διδασκαλία ενός κλάδου των Μαθηματικών υπάρχουν *δύο διαφορετικές παιδαγωγικές κατηγορίες: η διδασκαλία για ειδικούς και η διδασκαλία για μη ειδικούς.*

Ό,τι είπαμε για τους μαθηματικούς κλάδους ισχύει πλήρως και για το σύνολο των κλάδων της «Θεμελιακής σύνθεσης των σύγχρονων Μαθηματικών». Η τελευταία αυτή μπορεί να διδάσκεται όπως για την κατηγορία των ειδικών στα Μαθηματικά, έτσι και για τους ειδικούς στις άλλες επιστήμες. Η διδασκαλία της στις δυο αυτές διαφορετικές κατηγορίες έχει ως αποτέλεσμα αντίστοιχα τον μαθηματικό ειδικό της πληροφορικής και τον ειδικό της πληροφορικής με άλλη ειδικότητα.

Οι σύγχρονες ανάγκες των επιστημών και της πρακτικής απαιτούν από τους ειδικούς να χρησιμοποιούν σύγχρονες μαθηματικές μεθόδους. Στη σύγχρονη κοινωνία λειτουργεί η **Αρχή Α**. Γι' αυτό:

Στην εποχή μας ο σκοπός της εκπαίδευσης στα ανώτατα εκπαιδευτικά ιδρύματα είναι να γίνουν ειδικοί στην πληροφορική οι ειδικοί όλων των επιστημών που διδάσκονται τα Μαθηματικά.